

B.O. Modéliser l'écoulement d'un fluide

Poussée d'Archimède.

Écoulement d'un fluide en régime permanent.

Débit volumique d'un fluide incompressible. Relation de Bernoulli. Effet Venturi.

**I. Poussée d'Archimède.**

1. Enoncé.

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps).

**Vidéo 1** : La poussée d'Archimède dans la semoule. <https://www.youtube.com/watch?v=KS5xQwaAKSc> (Université de Lille I)

**Vidéo 2** : Pourquoi un bateau flotte ? <https://www.youtube.com/watch?v=wrV09tdQf70>. (Université de Lille I)

Expression vectorielle :  $\vec{P}_A = -\rho_{fluide} \cdot V_{immergé} \cdot \vec{g}$

La norme de la poussée d'Archimède est égale à  $P_A = \rho_{fluide} \cdot V_{imm} \cdot g$ . Elle s'exprime en Newton.

$\rho_{fluide}$  est la masse volumique du fluide déplacé. Elle s'exprime en  $kg \cdot m^{-3}$ .  $\rho = \frac{m}{V}$

$V_{imm}$  est le volume du corps immergé. Il s'exprime en  $m^3$

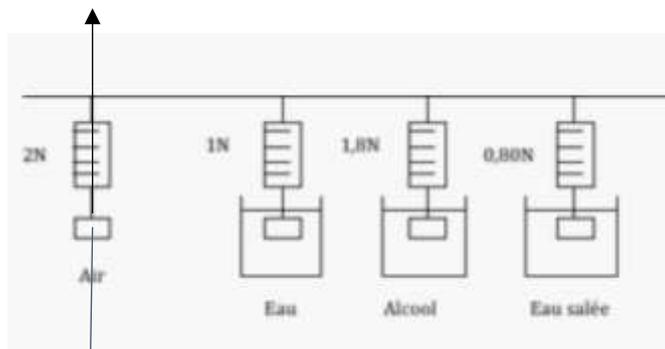
$g$  est l'intensité de la pesanteur. Elle s'exprime en  $m \cdot s^{-2}$

Question : Montrer par une analyse dimensionnelle que la poussée d'Archimède a bien la dimension d'une force.

Réponse :

Question : Représenter les forces s'exerçant sur le solide à l'équilibre dans les différents cas de figures suivantes :  
On considèrera que la poussée d'Archimède dans l'air est négligeable par rapport au poids du corps.

$\vec{T}$  (tension du ressort)



$\vec{P}$  (poids du corps)

Question : Quel liquide est le moins dense ? Justifier votre réponse.

Réponse :

II. **Ecoulement d'un fluide en régime permanent. Débit volumique d'un fluide incompressible.**

[http://www4.ac-nancy-metz.fr/physique/ancien\\_site/PHYS/Term/Mecaflu/Poly-mecaflu.htm](http://www4.ac-nancy-metz.fr/physique/ancien_site/PHYS/Term/Mecaflu/Poly-mecaflu.htm)

1. Définition d'un fluide.

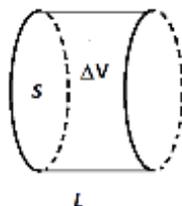
Un **fluide** peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides (incompressibles) et gaz (compressibles).

2. Définition du débit volumique.

Le **débit** est le quotient de la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement. Si  $V$  est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps  $\Delta t$ , par définition le débit volumique est : unité :  $m^3 \cdot s^{-1}$ .

$$q = \frac{V}{\Delta t}$$

De plus, on peut considérer que le fluide parcourt dans un tube, une distance  $L$  sur une section  $S$ .



Le volume  $\Delta V$  a pour expression  $\Delta V = L \cdot S$

Le débit volumique peut alors s'écrire :  $q = \frac{L \cdot S}{\Delta t}$

La vitesse du fluide étant égale à  $v = \frac{L}{\Delta t}$

On obtient une expression du débit qui sera très utile pour la suite des analyses :

$$q = v \cdot S$$

Question :

De l'eau s'écoule dans une conduite de 30,0 cm de diamètre à la vitesse de 0,50 m.s<sup>-1</sup>.  
Calculer le débit volumique en m<sup>3</sup> .s<sup>-1</sup>

Réponse :

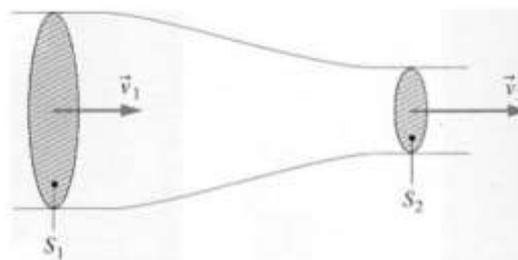
3. Définition d'un régime permanent.

Un régime d'écoulement est dit **permanent** ou **stationnaire** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

4. **Equation de continuité** ou équation de conservation.

Dans le cas d'un **écoulement isovolume** ( $V = Cte$ ) : En régime permanent, le débit-volume est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

$$q_1 = q_2$$



Si le fluide s'écoule avec la vitesse  $\vec{v}_1$  à travers une section  $S_1$  et avec une vitesse  $\vec{v}_2$  à travers une section  $S_2$ ,  
**L'équation de continuité des débits** s'écrit :  $q_1 = q_2$

Soit :  $v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2$

Cette équation permet par exemple, de déterminer la vitesse  $v_2$  d'un fluide dans une section s'il l'on connaît  $v_1, S_1$  et  $S_2$

### III. Relation de Bernoulli. Effet Venturi.

#### 1. Observations de la relation de Bernoulli.

**Vidéo 1** : balle de ping pong dans un entonnoir : [https://www.youtube.com/watch?v=cOd\\_lkFqP\\_w](https://www.youtube.com/watch?v=cOd_lkFqP_w) (Université de Lille I)

**Vidéo 2** : balle de ping pong en lévitation : <https://www.youtube.com/watch?v=WWHXTumy4RQ> (Université de Lille I)

La pression d'un fluide diminue lorsque sa vitesse augmente.

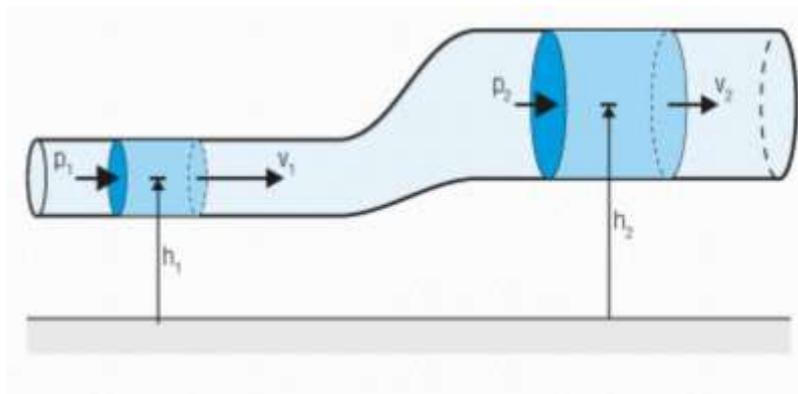
Nous allons montrer dans ce cours comment analyser théoriquement ce phénomène.

#### 1.1. Théorème de Bernoulli pour un écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible.

Un fluide parfait est un fluide dont l'écoulement se fait sans frottement.

On considère un écoulement permanent d'un fluide parfait, entre les sections  $S_1$  et  $S_2$ , entre lesquelles il n'y a aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine).

Soit  $m$  la masse et  $V$  le volume du fluide qui passe à travers la section  $S_1$  entre les instants  $t$  et  $t+\Delta t$ . Pendant ce temps la même masse et le même volume de fluide passe à travers la section  $S_2$ . Tout se passe comme si ce fluide était passé de la position (1) à la position (2).



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants  $t$  et  $t+\Delta t$  (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures : poids et forces pressantes), on obtient la relation de Bernoulli :

$$p + \rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z = \text{Constante}$$

Dans le cas de la figure ci-dessus, l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$p_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2$$

Une pression s'exprime en Pascal (Pa) qui correspond en unités de base à  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Remarque : une pression et une force sont reliées par la relation  $P = \frac{F}{S} \left( \frac{N}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \right)$

Question : Montrer que chaque terme  $p + \rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h$  à la dimension d'une pression.

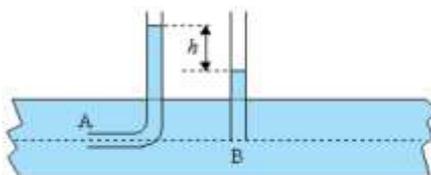
Réponse :

1.2. Applications de la relation de Bernoulli.

Vidéo 1 : Bernoulli <https://www.youtube.com/watch?v=E32YHDTDy-4> (Université Lille I) Durée (de 0 à 5min 14 s)

1.2.1 Comment déterminer la vitesse d'écoulement d'un fluide à l'aide d'un tube de Pitot

On considère un fluide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans ce fluide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités sont à la même hauteur.



- Les points A et B sont à la même cote :  $z_A = z_B$
- Au point B, le liquide a la même vitesse  $v$  que dans la canalisation et la pression est notée  $p_B$ .
- En A la vitesse est nulle  $v_A = 0$  et la pression est notée  $p_A$ .

En effet, le fluide en équilibre dans le tube A, est immobile.

Application du théorème de Bernoulli :

$$p_A + \rho \cdot \frac{v_A^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_A = p_B + \rho \cdot \frac{v_B^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_B$$

Comme les deux hauteurs  $h_1$  et  $h_2$  sont les mêmes, cette équation se simplifie :

$$p_A + \rho \cdot \frac{v_A^2}{2} = p_B + \rho \cdot \frac{v_B^2}{2}$$

De plus, la vitesse en A est nulle alors on peut écrire :

$$p_A = p_B + \rho \cdot \frac{v_B^2}{2}$$

Connaissant les pressions  $p_A$  et  $p_B$  et la masse volumique du fluide, on peut déterminer la vitesse du fluide en B.

$$v_B = \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho}}$$

Si nous ne disposons pas d'instruments de mesure de la pression en A et B, on peut utiliser la loi fondamentale de la statique des fluides (vue en première) :  $p_A - p_B = \rho \cdot g \cdot h$

$$\Leftrightarrow p_A = p_B + \rho \cdot \frac{v_B^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow p_A - p_B = \rho \cdot \frac{v_B^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot \frac{v_B^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\rho \cdot g \cdot h}{\rho}}$$

$$\Leftrightarrow v_B = \sqrt{2g \cdot h}$$

(Formule de Torricelli)

Question :

Un grand réservoir d'eau est équipé d'un tube fin en U comme indiqué sur la figure ci-contre.

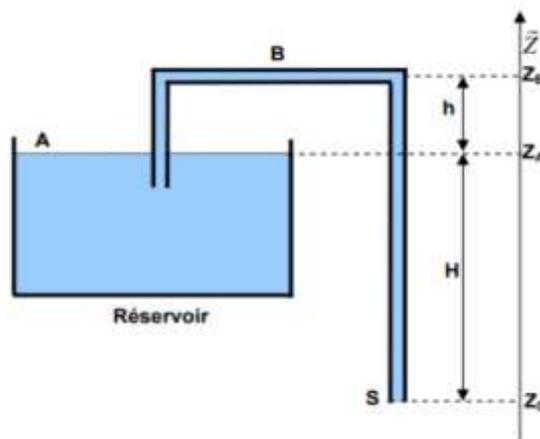
La pression atmosphérique est identique en A et en S.

La hauteur  $H$  est égale à  $H = 2,45$  m.

La hauteur  $h$  est égale à  $h = 0,65$  m.

Le diamètre du tube en S est égale à  $d = 1,00$  cm

L'intensité de la pesanteur est  $g = 10,0$  m.s<sup>-2</sup>



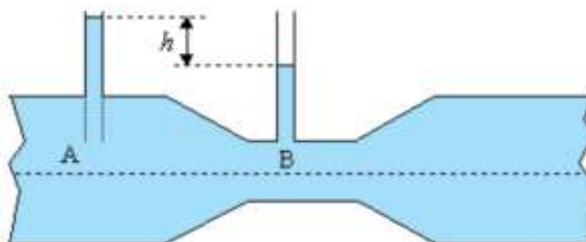
Question préliminaire : Dans ce cas de figure, on considère que la vitesse de l'eau en A,  $v_A$  est nulle. Justifier cette hypothèse.

1. Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points A et S et en déduire la vitesse  $v_S$  de l'eau qui sort en S.
2. Calculer le débit volumique au point S.

Réponses :

1.2.2. Effet Venturi - Comment déterminer le débit volumique d'un fluide ?

Le schéma ci-dessous représente la coupe d'une canalisation. Un conduit de section principale  $S_A$  subit un étranglement en B où sa section est  $S_B$ .



Les points A et B sont à la même cote :  $z_A = z_B$

Le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$p_A + \rho \cdot \frac{v_A^2}{2} = p_B + \rho \cdot \frac{v_B^2}{2}$$

Diminution de la pression dans l'étranglement en B

D'après l'équation de continuité, le débit est constant alors  $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$  donc  $\frac{v_B}{v_A} = \frac{S_A}{S_B}$

Puisque  $S_A > S_B$  alors  $v_B > v_A$

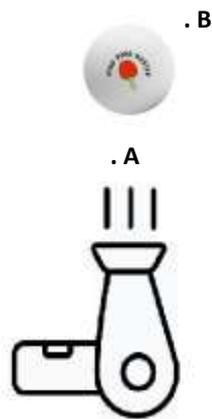
Question : Montrer que la pression  $p_A > p_B$

Réponse :

**Retour sur certaines vidéos**

Vidéo de la balle de ping-pong en lévitation dans le flux d'air d'un sèche cheveu.

1. Représenter le flux d'air autour de la balle de ping pong.
2. En tenant compte de la distance parcourue par le flux d'air, comparer sa vitesse  $v_A$  en A et  $v_B$  en B.
3. Comparer les pressions  $p_A$  et  $p_B$
4. Conclure



Vidéo de la balle de ping-pong dans l'entonnoir retourné dans lequel l'expérimentateur souffle.

1. En appliquant l'équation de continuité en fonction des sections, comparer  $v_A$  et  $v_B$
2. Comparer alors les pressions  $p_A$  et  $p_B$
3. Conclure.

